6.5- ARMÓNICOS E INTERVALOS EN UNA CUERDA VIBRANTE

Aunque las cuestiones fundamentales acerca del comportamiento físico en la vibración de cuerdas y columnas de aire ya fueron tratadas en los capítulos iniciales, vamos a repasar algunos de estos conceptos para profundizar antes de seguir avanzando. [1]

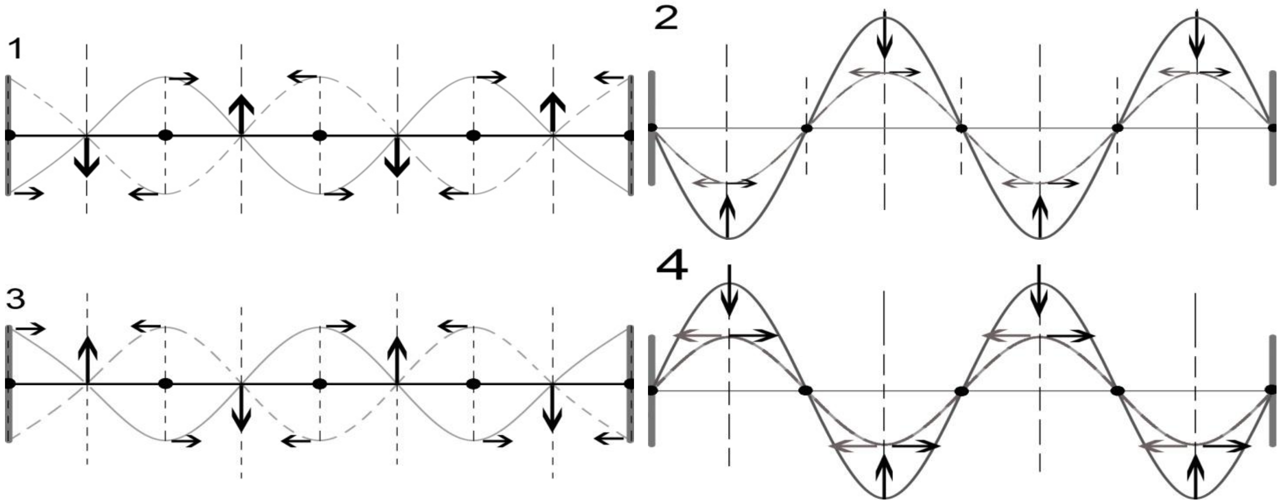
Marin Mersenne establece en el siglo XVII las leyes de la cuerda vibrante en las que vincula tensión, densidad, grosor y longitud de una cuerda con respecto a la frecuencia fundamental resultante.

Las leyes de Bernoulli (s. XXVIII) definen el comportamiento en la vibración de columnas de aire estableciendo la relación entre longitud del tubo y gas contenido en el mismo con respecto a la frecuencia resultante. Establece también las diferencias entre tubos abiertos y cerrados, ya que en los tubos cerrados únicamente aparecen los armónicos impares de la serie y la frecuencia fundamental es la mitad con respecto a un tubo abierto de igual longitud. En ambos casos la vibración se produce en la columna de aire *(que se comporta de manera muy similar a una cuerda, especialmente en tubos abiertos)* y no en el tubo que lo contiene.

No es necesario ampliar con más detalle las leyes de Mersenne y Bernoulli, ya que para todo lo que vamos a explicar lo que nos interesa fundamentalmente es la relación entre **longitud de onda** y **frecuencia**.

Como ya sabemos, las frecuencias estables que se producen en el movimiento ondulatorio de una cuerda o columna de aire son fruto de las **ondas estacionarias** que se generan. Al disminuir la longitud de la cuerda, disminuye también la longitud de onda y en consecuencia aumenta la frecuencia de manera inversamente proporcional.

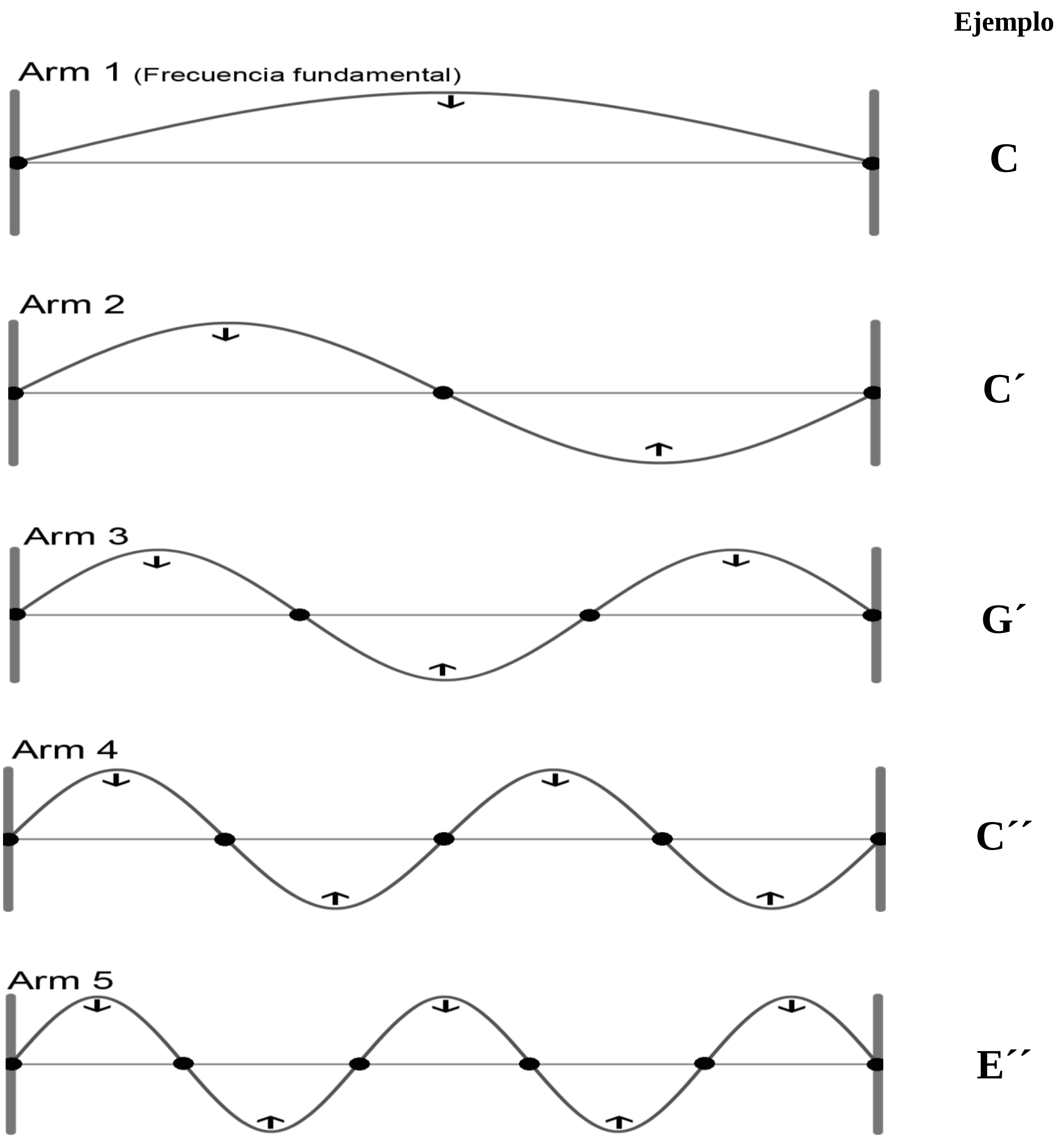
En el capítulo 1.2 explicamos la aparición de estas ondas estacionarias por la interferencia entre las constantes reflexiones de una onda atrapada entre dos obstáculos. En los puntos denominados nodos el movimiento vibratorio queda anulado, mientras que en los vientres o antinodos se duplica y penduléa.



[1] Se recomienda releer especialmente los capítulos 1.2 y 1.4 para una mejor comprensión de los temas a tratar.

En una cuerda que vibra conviven múltiples ondas estacionarias que definen el timbre del instrumento. Cada una de estas ondas estacionarias se asocia con un armónico natural en función de los nodos que contiene. La frecuencia fundamental cuenta con dos nodos situados en los extremos de la cuerda. El armónico dos cuenta con otro nodo más en la mitad de la cuerda. El armónico tres cuenta con cuatro nodos que dividen la cuerda en tercios, y así sucesivamente...

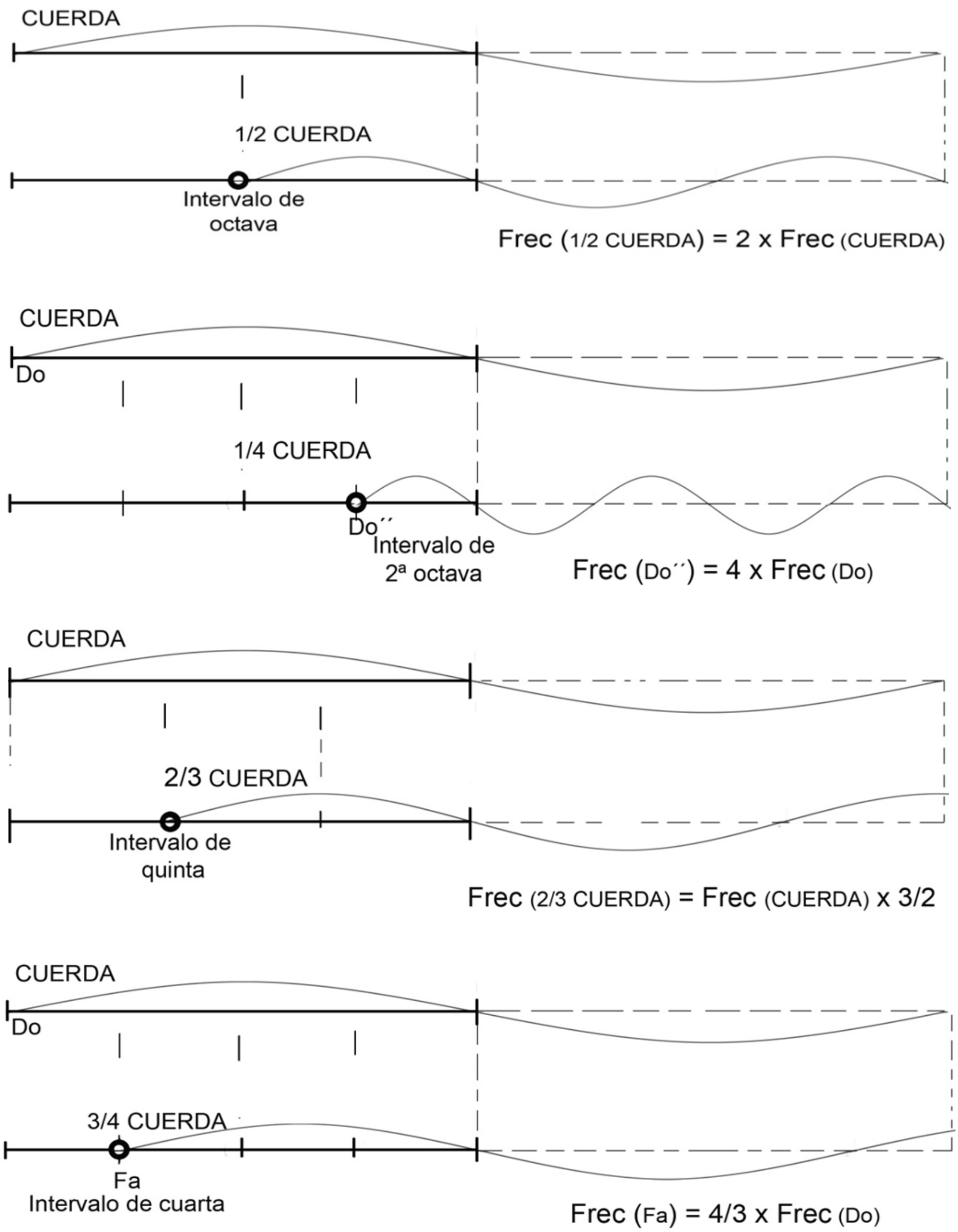
En los instrumentos de cuerda resulta muy fácil aislar y escuchar los primeros armónicos de la serie simplemente pulsando la cuerda mientras tapamos suavemente con un dedo en la posición de algún nodo. Al hacerlo anulamos todos los movimientos vibratorios de la cuerda a excepción de los armónicos que justo en ese punto no vibran.



Hay que tener en cuenta no obstante que un mismo nodo puede ser compartido por diferentes armónicos, por lo que el sonido resultante incluirá una mezcla de todos los armónicos contenidos en ese punto. Sucede por ejemplo con el nodo central de la cuerda. No solamente vibrará el segundo armónico en ese punto, también el cuarto, sexto,octavo, etc..

En el capítulo 1.4 explicábamos cómo en las culturas de la antigüedad se establecen los intervalos de la escala pitagórica. Esta afinación se basa en la proporcionalidad del segundo y tercer armónico. Pudimos observar claramente que la longitud de la cuerda es inversamente proporcional a la frecuencia resultante.

La longitud de onda cambia al variar la longitud de la cuerda, por lo que al presionar en cualquier punto acortamos ambas y obtenemos sonidos más agudos. En aquel capítulo constatamos la posición de los intervalos de octava, quinta y cuarta.



Atendiendo a las **proporciones perfectas** estudiadas en el capítulo anterior, las posiciones de los doce **intervalos ascendentes** en el rango de una octava se ubican en los siguientes puntos de la cuerda:

Intervalo	Ejemplo	Posición en la cuerda *(Longitud de onda)*	Proporción frecuencia	Frecuencia ejemplo
1	C´		1	130,80 Hz
b2	Db´	15/16 16/17	17/16 16/15	138,97 Hz 139,52 Hz
2	D´	7/8 8/9	9/8 8/7	147,15 Hz 149,48 Hz
b3	Eb´	5/6 6/7	7/6 6/5	152,60 Hz 156,96 Hz
3	E´	4/5	5/4	163,50 Hz
4	F´	3/4	4/3	174,40 Hz
#4/b5	F#´/Gb´	5/7 8/11	11/8 7/5	179,85 Hz 183,12 Hz
5	G´	2/3	3/2	196,20 Hz
b6	Ab´	5/8	8/5	209,28 Hz
6	A´	3/5	5/3	218 Hz
b7	Bb´	4/7	7/4	228,90 Hz
7	B´	8/15	15/8	245,25 Hz
8	C´´	1/2	2	261,62 Hz

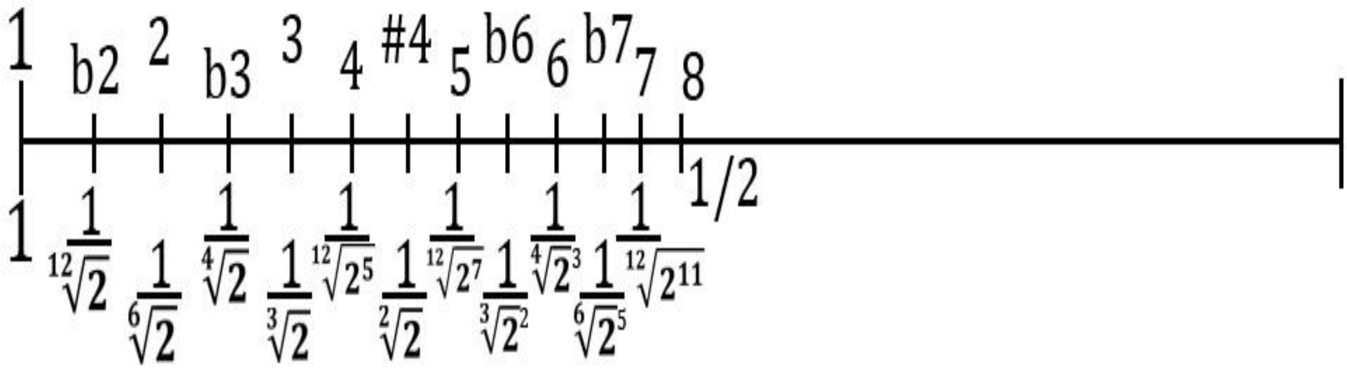
Al pulsar presionando sobre estos puntos variamos la longitud de onda y en consecuencia también la frecuencia. Cabe destacar las aproximaciones de los casos en los que aplicamos dos **proporciones diferentes para definir un mismo intervalo**.

Especialmente en el caso de la **tercera menor**, la diferencia es bastante destacable. La proporcionalidad 6/7 se basa en la distancia existente entre el sexto y el séptimo armónico. El séptimo armónico es notablemente más bajo que la séptima menor temperada, de ahí que este salto de tercera menor se quede algo bajo. Con la proporción 5/6 pasa lo contrario. Puesto que el armónico 5 se queda bajo de afinación con respecto a la tercera mayor temperada, obtenemos un salto de tercera menor más alto entre el quinto y el sexto armónico.

Estas fracciones representan intervalos perfectos, no temperados. Las diferencias con respecto al sistema temperado pueden ser bastante notables en algunos casos .[2]

Para la colocación **temperada de los trastes** *(en una guitarra por ejemplo)*, dividimos la longitud de la cuerda entre la raíz duodécima de dos y obtenemos el punto sobre el que habremos de situar el primer traste. Al acortar doce veces la cuerda mediante este mismo procedimiento desde cada nuevo punto obtenido alcanzaremos el centro de la cuerda *(traste 12).*

También podemos aplicar directamente de forma invertida las proporciones definidas en la página 83 para calcular la **posición de cada intervalo temperado:** [3]



En una cuerda obtenemos intervalos ascendentes acortando la longitud de la misma como acabamos de hacer. Los **intervalos descendentes** a partir de la frecuencia fundamental de la cuerda implican longitudes de onda mayores, por lo que es necesario aumentar la longitud de la misma. [4]

Puesto que analizar la proporcionalidad de las longitudes de onda es el asunto que verdaderamente nos interesa en este capítulo, mantenemos el ideal de prolongar la longitud de la cuerda sin alterar su tensión, densidad y grosor para el siguiente análisis.

---

[2] En el capítulo 2.4 se analizan algunas diferencias entre intervalos temperados e intervalos de la serie armónica.

[3] En la página 83 se definen estas proporciones en términos de frecuencia. Para calcular sus respectivas longitudes de onda es necesario aplicarlas de manera invertida.

[4] Verdaderamente, bajando la tensión de la cuerda conseguimos también frecuencias más graves.

La proporcionalidad de las longitudes de onda y frecuencias de los **intervalos perfectos descendentes** enumerados en el capítulo anterior se refleja gráficamente de la siguiente manera:

Intervalo desc.	Ejemplo	Longitud de onda	Proporción frecuencia	Frecuencia ejemplo
1	C´	1	1	130,80 Hz
b2 (Inv7)	B	17/16 16/15	16/17 15/16	123,10 Hz 122,62 Hz
2 (Inv b7)	Bb	9/8 8/7	8/9 7/8	116,26 Hz 114,45 Hz
b3 (Inv 6)	A	7/6 6/5	6/7 5/6	112,11 Hz 109,00 Hz
3 (Inv b6)	Ab	5/4	4/5	104,64 Hz
4 (Inv 5)	G	4/3	3/4	98,01 Hz
#4/b5	F#/Gb	7/5 11/8	8/11 5/7	95,12 Hz 93,42 Hz
5 (Inv 4)	F	3/2	2/3	87,20 Hz
b6 (Inv 3)	E	8/5	5/8	81,75 Hz
6 (Inv b3)	Eb	5/3	3/5	78,45 Hz
b7 (Inv 2)	D	7/4	4/7	74,74 Hz
7 (Inv b2)	Db	15/8	8/15	69,76 Hz
8	C	2	1/2	65,40 Hz