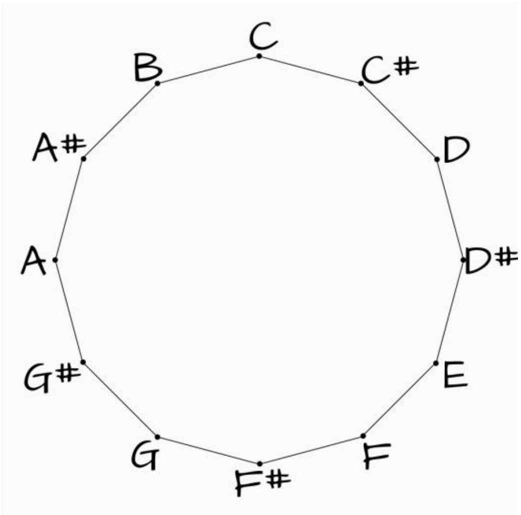
1.7 GEOMETRIA DEL TEMPERAMENTO IGUAL.

La consolidación del temperamento igual a lo largo del siglo XIX en la música occidental configura también nuevas posibilidades y maneras de entender la armonía. El periodo romántico se caracteriza por un uso cada vez mayor de los cromatismos y por la búsqueda de la libre expresividad. Esta evolución conduce a la exploración de nuevos recursos estilísticos en la armonía musical.

Los músicos impresionistas y nacionalistas indagan las posibilidades geométricas del sistema temperado haciendo uso de acordes aumentados y escalas simétricas. En el siglo XX, la música dodecafónica y la música serial suponen la ruptura total con respecto a los modelos tonales y una mayor indagación en las posibilidades geométricas del sistema temperado.

La proporcionalidad igual de los doce semitonos configura un polígono regular de doce vértices. Situamos cada uno de los doce sonidos en un vértice del dodecágono:

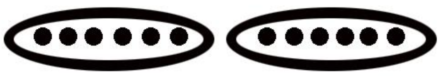


El número doce se descompone en números enteros dando lugar a diferentes combinaciones. De este modo podemos obtener:

- tres grupos de cuatro unidades.

- Cuatro grupos de tres unidades.

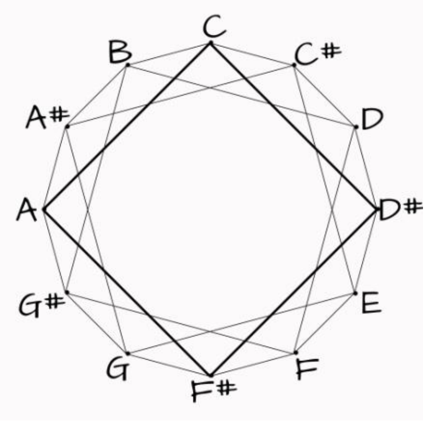
- Dos grupos de seis unidades.



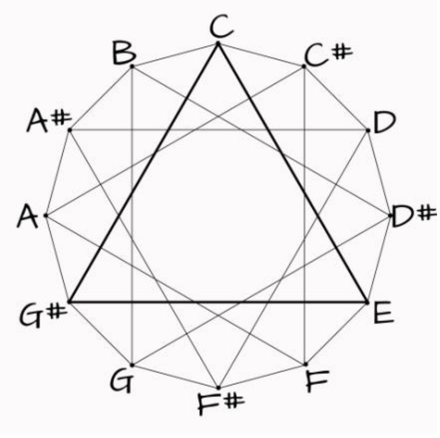
- Seis grupos de dos unidades.

De la misma manera, los doce vértices de un dodecágono pueden dar lugar a la formación de :

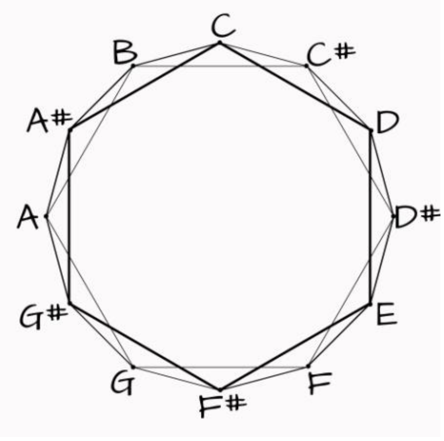
- ❖ Tres cuadrados.



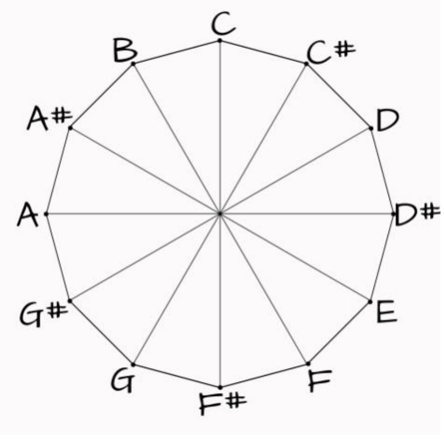
- ❖ Cuatro triángulos equiláteros.



- ❖ Dos hexágonos.



- ❖ Seis diagonales principales.



Como hemos visto en capítulos anteriores, el valor de un semitono temperado se obtiene al multiplicar una frecuencia por la raíz duodécima de dos.

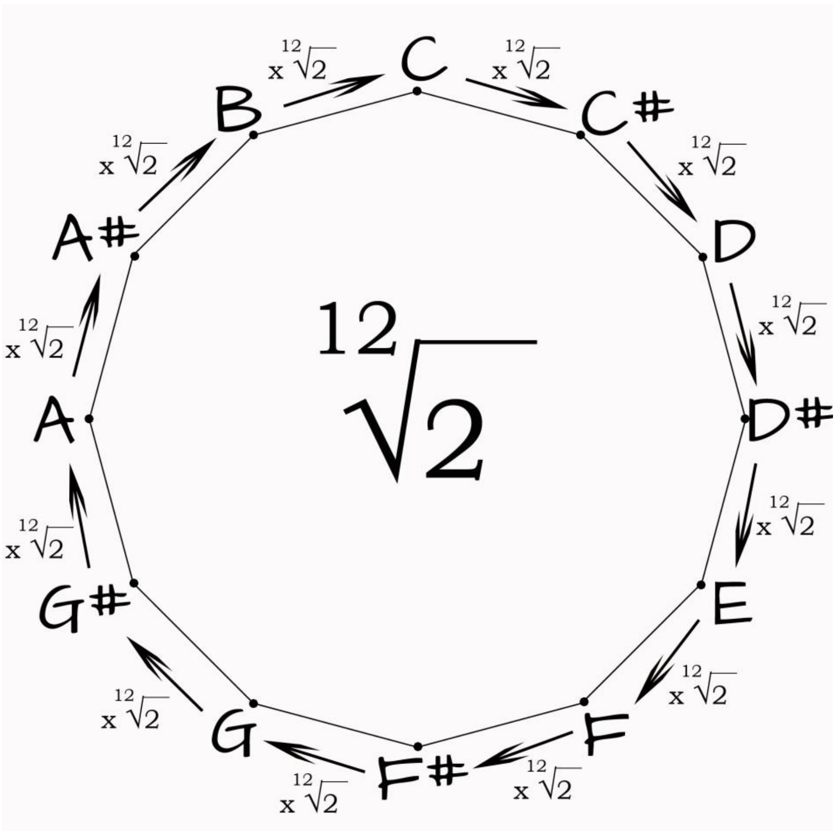
En la ecuación, el radicando dos representa la proporción del intervalo de octava *(ya que este se obtiene al multiplicar por dos la frecuencia original).* El índice de la raíz (12) representa el número de notas en los que se desea dividir el intervalo de octava.

Haciendo uso de esta proporción obtenemos los doce vértices en nuestro **dodecágono** hasta cerrar el polígono completo en la nota de origen una octava por encima.

C x $\sqrt[12]{2}$ = C# **C# x $\sqrt[12]{2}$ = D** **D x $\sqrt[12]{2}$ = D#** **D# x $\sqrt[12]{2}$ = E**

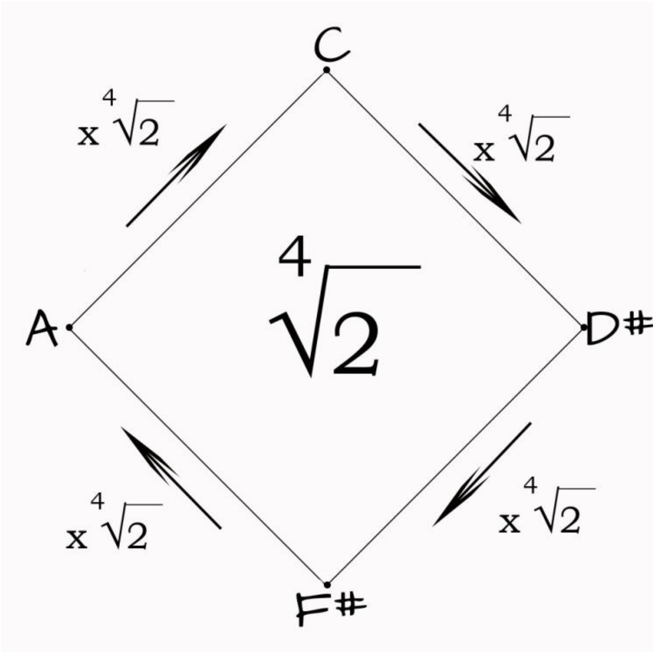
E x $\sqrt[12]{2}$ = F **F x $\sqrt[12]{2}$ = F#** **F# x $\sqrt[12]{2}$ = G** **G x $\sqrt[12]{2}$ = G#**

G# x $\sqrt[12]{2}$ = A **A x $\sqrt[12]{2}$ = A#** **A# x $\sqrt[12]{2}$ = B** **B x $\sqrt[12]{2}$ = C´**



Al sustituir el índice doce de la raíz por los submúltiplos que lo componen podemos descomponer el dodecaedro obteniendo los cuadrados, triángulos equiláteros, hexágonos o diagonales principales que contiene.

Un **cuadrado** se forma por cuatro vértices equidistantes entre sí. Al aplicar en nuestra ecuación el número cuatro para el índice de la raíz obtenemos las cuatro frecuencias que definen los vértices de nuestro cuadrado musical. Estas cuatro frecuencias dividen el intervalo de octava en cuatro sonidos proporcionalmente iguales entre sí.



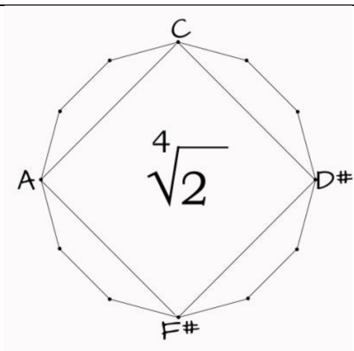
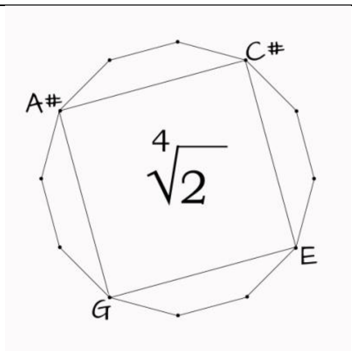
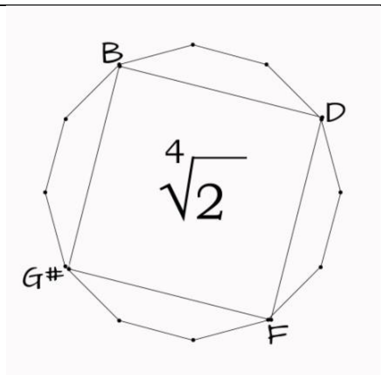
$$\mathbf{C \times \sqrt[4]{2} = D\#}$$

$$\mathbf{D\# \times \sqrt[4]{2} = F\#}$$

$$\mathbf{F\# \times \sqrt[4]{2} = A}$$

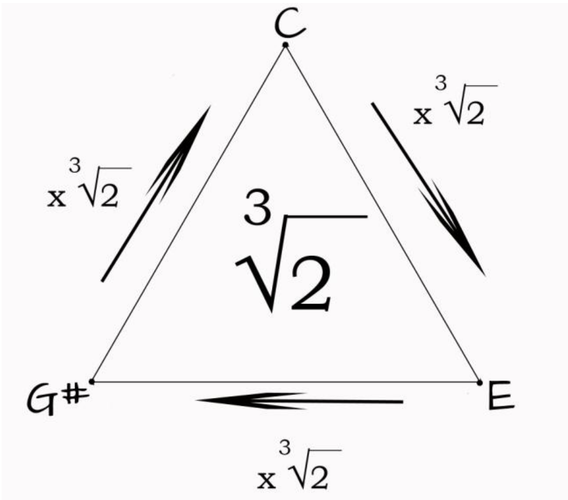
$$\mathbf{A \times \sqrt[4]{2} = C'}$$

Un dodecágono contiene tres cuadrados entre sus vértices. Estos tres cuadrados agrupan los doce sonidos del temperamento igual de la siguiente manera:

<table>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>C
D#
F#
A</td><td>C#
E
G
A#</td><td>D
F
G#
B</td></tr>
</table>

Como veremos en próximos capítulos, las frecuencias de estos tres cuadriláteros dan lugar a la formación de todas las **tetradas disminuidas** y sirven también para la construcción de las escalas simétricas de ocho sonidos.

Un **triángulo equilátero** se forma por tres vértices equidistantes entre sí. Al aplicar en nuestra ecuación el número tres para el índice de la raíz obtenemos las tres frecuencias que definen los vértices de nuestro triángulo musical. Estas tres frecuencias dividen el intervalo de octava en tres sonidos proporcionalmente iguales entre sí.

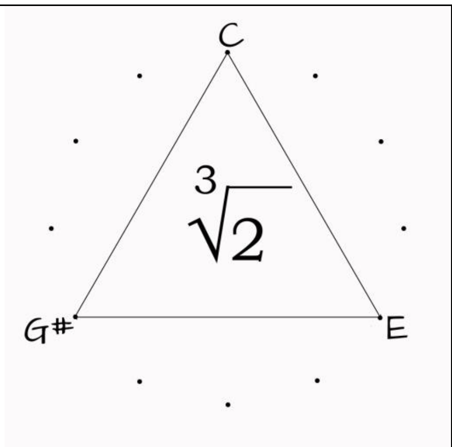
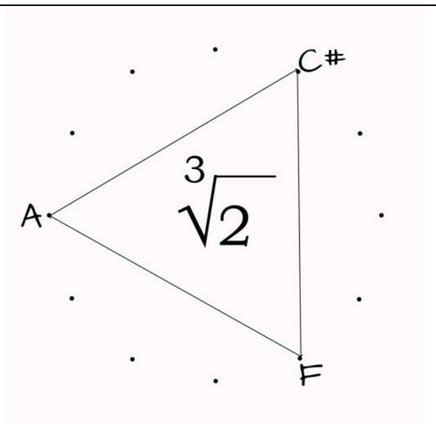
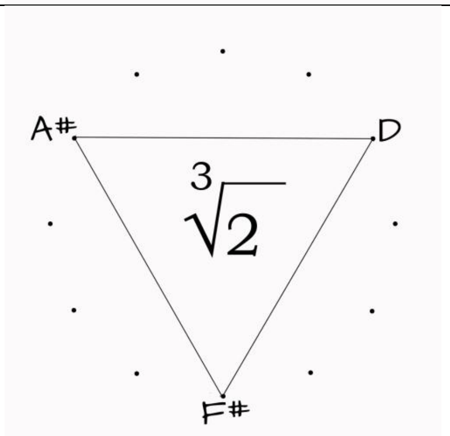
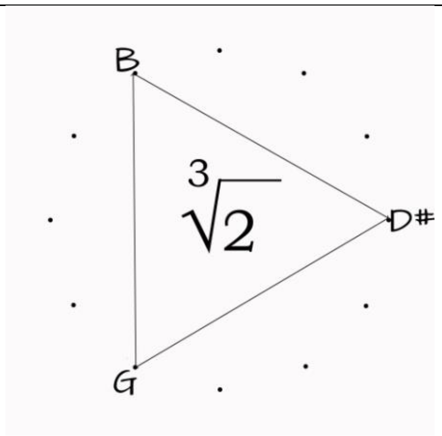


$$C \text{ x } \sqrt[3]{2} = E$$

$$E \text{ x } \sqrt[3]{2} = G\#$$

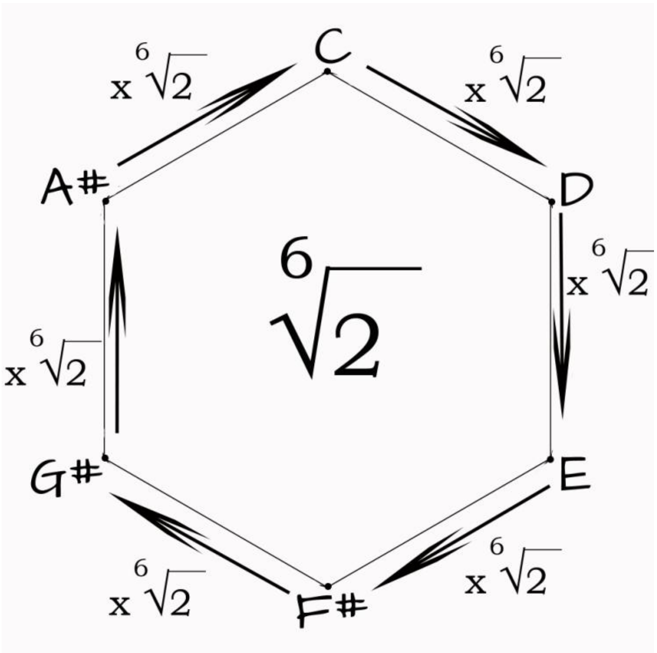
$$G\# \text{ x } \sqrt[3]{2} = C'$$

Un dodecágono contiene cuatro triángulos equiláteros. Estos cuatro triángulos agrupan los doce sonidos del temperamento igual de la siguiente manera:

	**C** **E** **G#**		**C#** **F** **A**
	**D** **F#** **A#**		**D#** **G** **B**

Como veremos más adelante, estos cuatro triángulos definen todas las combinaciones posibles para la formación de **triadas aumentadas**.

Un **hexágono regular** se forma por seis vértices equidistantes entre sí. Al aplicar en nuestra ecuación el número seis para el índice de la raíz obtenemos las seis frecuencias que definen los vértices de nuestro hexágono musical. Estas seis frecuencias dividen el intervalo de octava en seis sonidos proporcionalmente iguales entre sí.



$$\mathbf{C \times \sqrt[6]{2} = D}$$

$$\mathbf{D \times \sqrt[6]{2} = E}$$

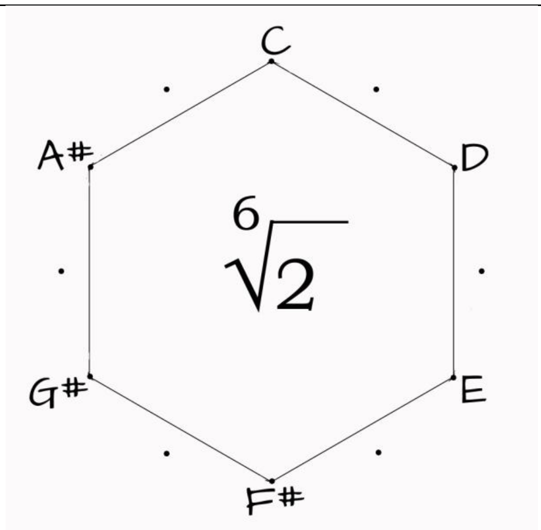
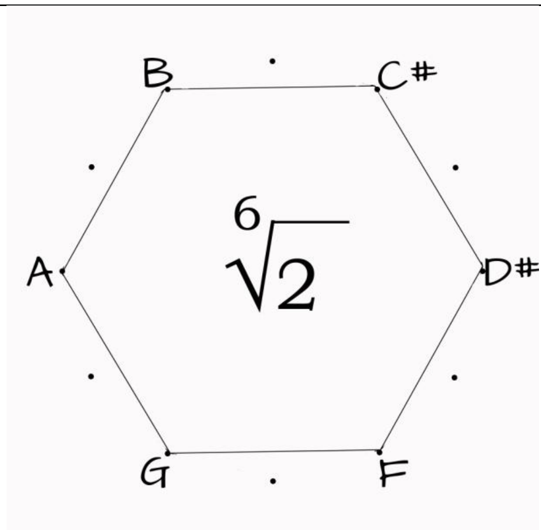
$$\mathbf{E \times \sqrt[6]{2} = F\#}$$

$$\mathbf{F\# \times \sqrt[6]{2} = G\#}$$

$$\mathbf{G\# \times \sqrt[6]{2} = A\#}$$

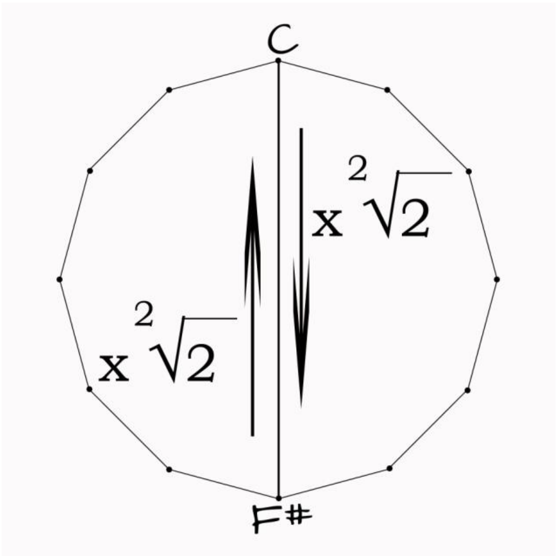
$$\mathbf{A\# \times \sqrt[6]{2} = C'}$$

Un dodecágono contiene dos hexágonos entre sus vértices. Estos dos hexágonos agrupan los doce sonidos del temperamento igual de la siguiente manera:

	
C D E F# G# A#	**C# D# F G A B**

Estos dos hexágonos definen las dos combinaciones posibles para formar la escala **hexatónica** de tonos enteros.

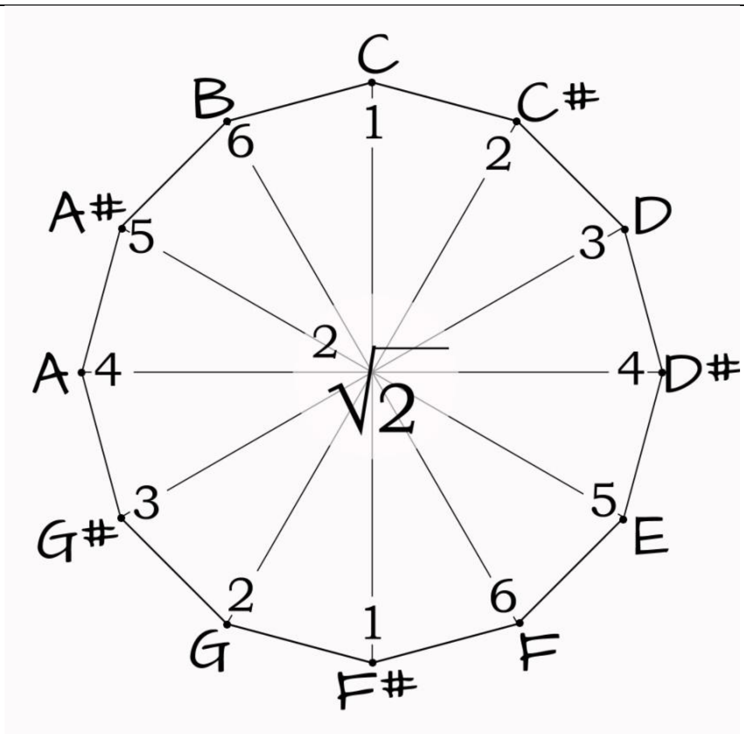
En un polígono regular la **diagonal principal** une dos vértices opuestos dividiendo el polígono en dos mitades iguales. Al aplicar el nuestra ecuación el número dos para el índice de la raíz dividimos el intervalo de octava en dos frecuencias proporcionalmente iguales entre sí.



$$C \text{ x } \sqrt[2]{2} = F\#$$

$$F\# \text{ x } \sqrt[2]{2} = C'$$

En un dodecágono es posible trazar seis diagonales principales. Estas seis diagonales principales agrupan los doce sonidos en seis parejas de la siguiente manera:



C - F#

C# - G

D - G#

E - A#

F - B

Estas seis parejas de sonidos definen todas las combinaciones posibles para la formación del **intervalo de tritono**, como veremos próximamente. [1]

[1] En el capítulo 2.7