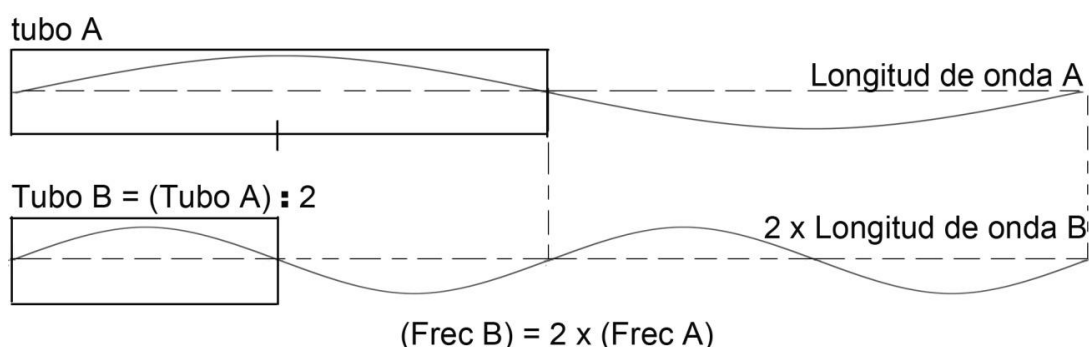


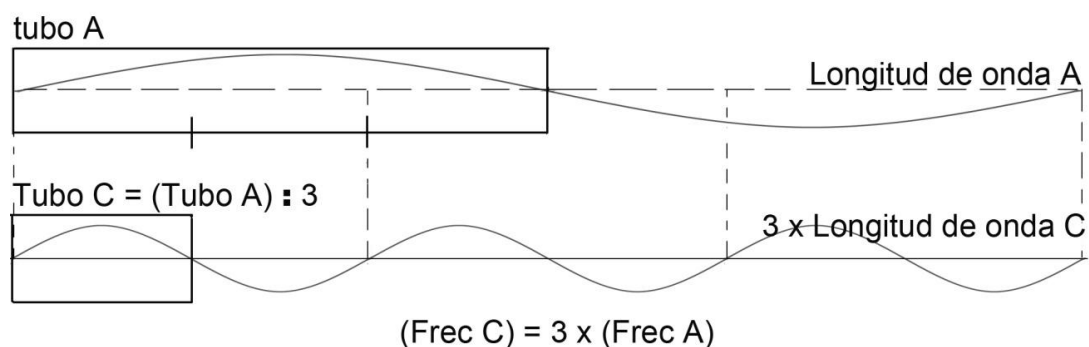
1.4- ORIGEN DE LAS ESCALAS PENTATÓNICA Y DIATÓNICA. LA AFINACIÓN PITAGÓRICA.

Según una antigua leyenda China, el emperador "Huang-Ti" encarga al filósofo "Ling-Lu" el cometido de estudiar la relación existente entre la música y las leyes que rigen el universo. Soplando en tubos de bambú de diferentes medidas "Ling-Lu" observa la proporcionalidad de los sonidos resultantes cuando los tubos son cortados siguiendo ciertas proporciones. ¹

Cuando un tubo es cortado por la mitad su longitud de onda también se recorta. La frecuencia se duplica y en consecuencia obtenemos la misma nota una **octava** por encima. ²



Al cortar otro tubo a un tercio del tamaño original se triplica la **frecuencia** fundamental obteniendo así la **frecuencia** correspondiente al **tercer armónico** del primer tubo.



¹ El reinado mitológico de "Huang-Ti" (El Emperador Amarillo) según la tradición oral se situaría desde el 2698 hasta el 2598 a.C. durante un periodo de 100 años. Se cree que la figura de "Huang-Ti" podría haber sido reinterpretada durante la dinastía Zhou (s.XI-III a.C.) siendo en origen un antiguo dios de la guerra nacido de una mujer y un rayo. Se enmarcan las primeras dinastías dentro del ámbito mitológico, por lo que no queda demostrada la existencia real de estos personajes.

² El gráfico es una simplificación del fenómeno, algo más complejo en tubos que en cuerdas. (Consultar leyes de Bernoulli). Lógicamente en la antigua China no pensarían en términos de frecuencia. Añadimos la explicación física a la leyenda ya que supone un buen ejemplo para entender cómo funciona la relación entre longitud y frecuencia en una cuerda vibrante. En cualquier caso, el fenómeno de los armónicos naturales es posible experimentarlo soplando en un tubo, no es descabellado pensar que se estableciera la consonancia de estos intervalos con conocimiento experimental de la serie armónica.

Como ya sabemos, el tercer armónico se corresponde con el **intervalo de quinta** en el registro de la segunda octava. Si por ejemplo el "tubo A" estuviera afinado en la nota **Do**, el "tubo C" se correspondería con la nota **Sol'**.

$$f(\text{do}) \times 3 = f(\text{sol}')$$

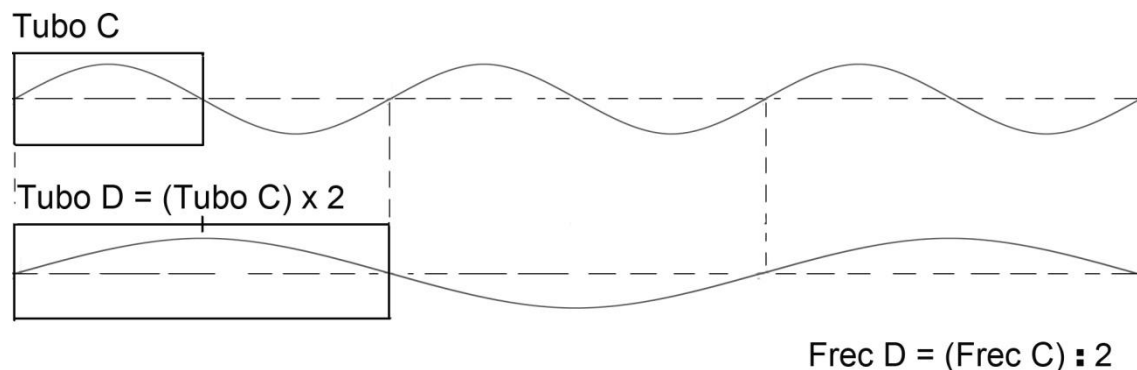
| | | | | | | | | | | | |
|-----------|----|----|----|-----|----|----|-----|-----|-----|-----|-------------|
| Do | Re | Mi | Fa | Sol | La | Si | Do' | Re' | Mi' | Fa' | Sol' |
| 130,80 Hz | | | | | | | | | | | 392,40 Hz |
| Tubo A | | | | | | | | | | | Tubo C |

Para bajar una octava la nota **Sol'** dividimos entre dos su frecuencia.

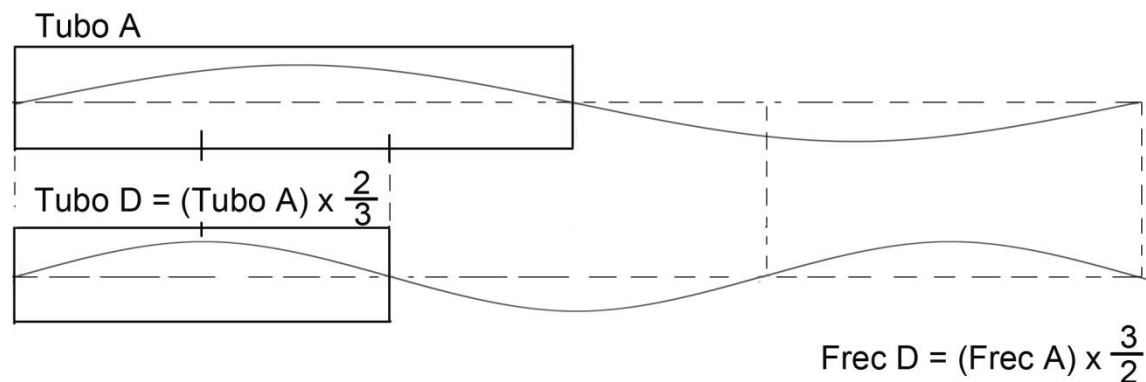
$$f(\text{sol}') : 2 = f(\text{sol})$$

| | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Do | Re | Mi | Fa | Sol |
| 130,80 Hz | | | | 196,20 Hz |
| Tubo A | | | | Tubo D |

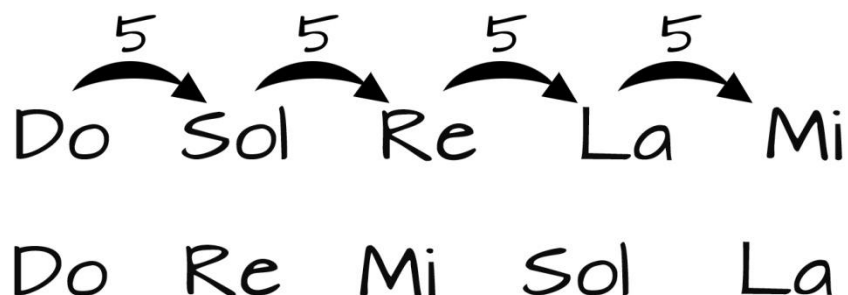
Para ello es necesario multiplicar por dos la longitud del "tubo C".



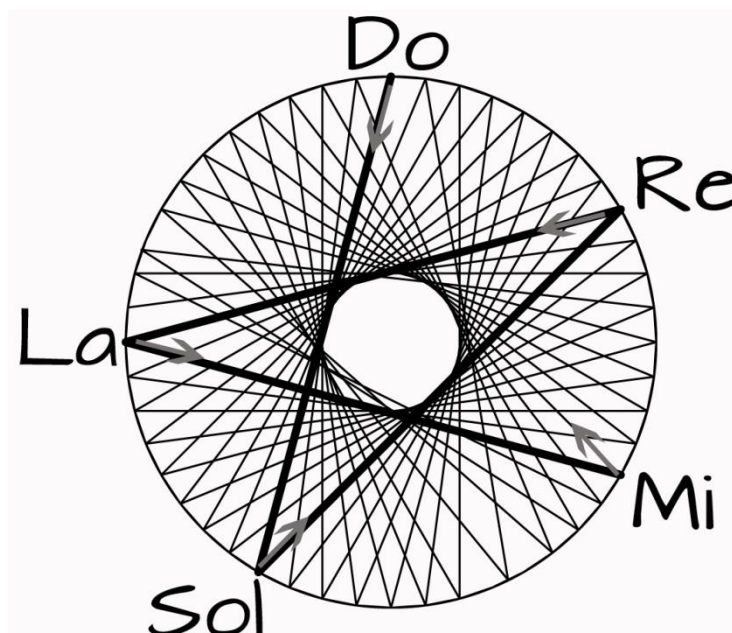
Por lo tanto, para obtener un tubo que emita el **intervalo de quinta** con respecto al "tubo A" es necesario cortarlo a **dos tercios** de su tamaño. De ese modo, la **frecuencia** del "tubo A" se multiplica por **tres medios**.



Según la leyenda, "Ling-Lu" desarrolla la escala pentatónica a partir de los intervalos de quinta de cada nueva nota que obtiene al dividir en tercios los tubos. Al ordenar en sentido ascendente estas cinco notas tenemos la **escala pentatónica mayor**.



Los cinco primeros sonidos de la **espiral de quintas naturales** corresponden a la escala pentatónica, pero en realidad al no existir coincidencia matemática entre la serie de quintas y la de octavas, con la espiral de quintas naturales se obtiene un número infinito de notas. Es un círculo que nunca llega a cerrarse.



La escala pentatónica aparece de manera independiente en la música popular de los continentes euroasiático, africano y americano. Es prácticamente imposible establecer su origen como fenómeno único en un lugar y tiempo determinado. Al ser tan escasa la documentación sobre los modelos musicales en las culturas de la antigüedad y la prehistoria es muy complejo llegar a conclusiones definitivas al respecto.

En occidente se establecen los textos de los filósofos pitagóricos como punto de partida de la teoría musical, sin embargo es fundamental tener en cuenta la fuerte influencia que Egipto y Mesopotamia ejercen en el nacimiento y la identidad de la cultura griega. Hay constancia de un notable desarrollo en los instrumentos musicales de Mesopotamia, Egipto y la India en torno al segundo y tercer milenio antes de Cristo. Laudes de tres cuerdas y arpas con más de diez demuestran que ya había conocimiento acerca de la relación entre longitud, tensión y altura de los sonidos. Flautas y chirimías dobles suponen además un indicio del uso polifónico de estos instrumentos.

El **mito de los martillos** de Pitágoras relatado por Nicómano en el siglo II d.C. cuenta cómo Pitágoras (s. VI a.C.) al pasar por una herrería escucha los sonidos producidos por diferentes

martillos al golpear sobre un yunque apreciando consonancias y disonancias entre las notas producidas. Según Nicómano el peso de los martillos se correspondía con las proporciones de los intervalos de octava, cuarta y quinta. Sin embargo, las proporciones son válidas en lo que respecta a la longitud de una cuerda o tubo, pero no se puede aplicar al peso de los idiófonos. Hay que tener en cuenta los ocho siglos que separan las vidas de Pitágoras y Nicómano. ³

No se conocen documentos escritos por el propio Pitágoras, todo cuanto sabemos sobre él se lo debemos a los textos de sus discípulos en torno a 150 y 200 años después de su muerte basadas en historias transmitidas oralmente. No se puede constatar con certeza dónde terminan los estudios y las aportaciones del maestro y cuáles son obras de sus seguidores. La figura de Pitágoras está impregnada de misticismo religioso, podríamos decir incluso que se trataba de una divinidad en la antigua Grecia.

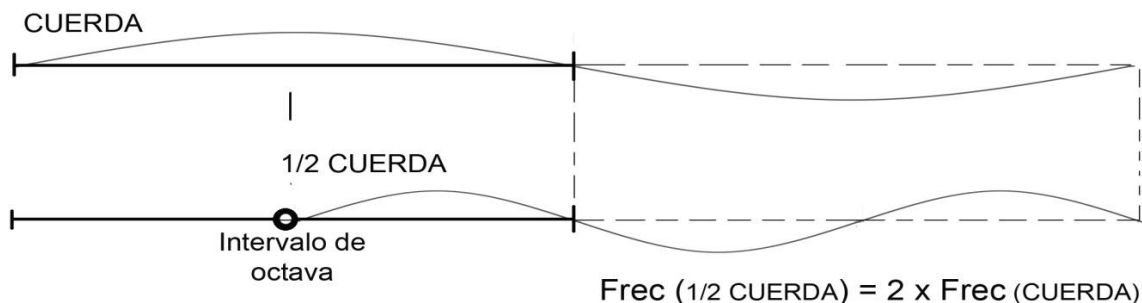
Según la biografía escrita por Jámblico (s. III a. C.), la figura de Tales de Mileto habría ejercido una fuerte influencia sobre la personalidad y los conocimientos de Pitágoras. Impulsado por su maestro se desplaza a Egipto para mejorar su formación astronómica y matemática. En sus viajes podría haber alcanzado también Babilonia, la península Arábiga e incluso la India.

Pitágoras se instala a su regreso en Crotona (al sur de Italia). Establece allí su propia escuela. Con el paso de los siglos se mitifica su figura y es difícil saber dónde termina la realidad y comienza la leyenda.

Los miembros de la escuela pitagórica se autodenominaban "Mathematikoe" y sostenían la idea de que la realidad es en esencia de naturaleza matemática. Sus integrantes eran matemáticos, filósofos y músicos con una concepción del universo basada en los números. Tenían la convicción de que las proporciones musicales explicaban el movimiento de los astros.

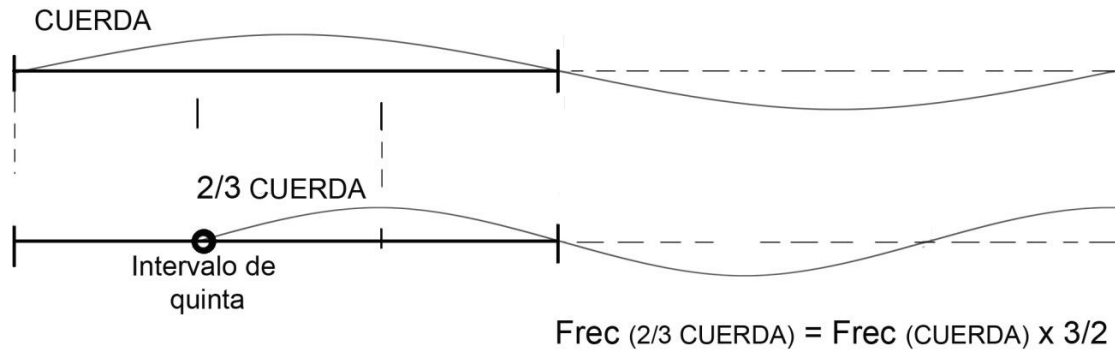
Se atribuye al propio Pitágoras el posicionamiento de los intervalos de **octava**, **quinta** y **cuarta** en el **monocordio** (instrumento musical con una sola cuerda). Las proporciones que vimos en los ejemplos anteriores practicadas en la leyenda de "Ling Lu" en diferentes tubos de bambú son también válidas para las posiciones en una cuerda. Al pulsar presionando con un dedo sobre cualquier punto cambiamos su longitud y en consecuencia la longitud de onda y la frecuencia.

Digitando en el medio de la cuerda duplicamos la frecuencia y obtenemos el **intervalo de octava**.



³ Lo cierto es que en este tipo de sonidos metálicos (al igual que sucede con las campanas), resulta relativamente fácil apreciar auditivamente los armónicos naturales. Esto es una reflexión personal, pero.. ¿podría ser que Pitágoras apreciara la consonancia de los armónicos naturales al escuchar los golpes en la herrería..?

Digitando a **dos tercios** de la cuerda obtenemos el **intervalo de quinta**.



Para calcular la proporción correspondiente **al intervalo de cuarta** tomamos como referencia el valor de la quinta, ya que existe relación directa entre estos dos intervalos. ⁴

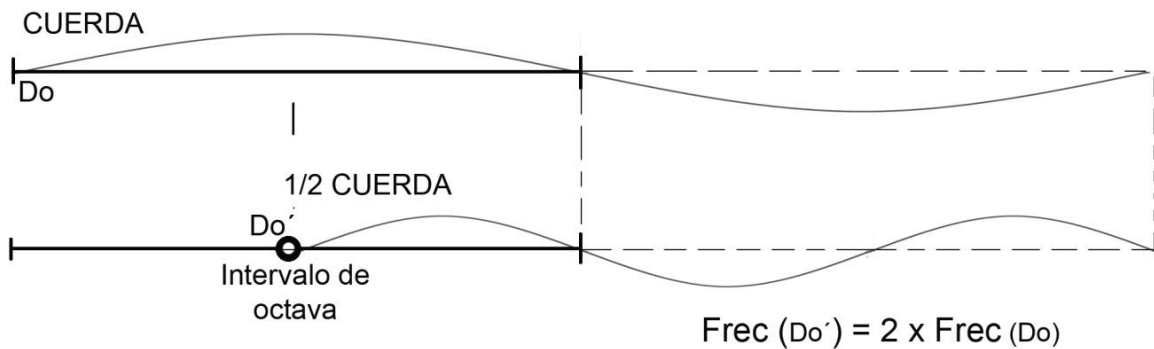
En la escala diatónica desde **Do** hasta **Fa** contamos cuatro notas, por eso decimos que **Fa** es intervalo de cuarta con respecto a **Do**. Pero si contamos desde la nota **Fa** hasta **Do'** en sentido ascendente hay cinco notas, por esa razón **Do'** es intervalo de quinta con respecto a **Fa**.

Por lo tanto la frecuencia de **Do''** se corresponde con el tercer armónico de **Fa**. Dividiendo entre tres la frecuencia de **Do''** obtenemos el valor de **Fa**.

$$f(\text{do}'') : 3 = f(\text{fa})$$

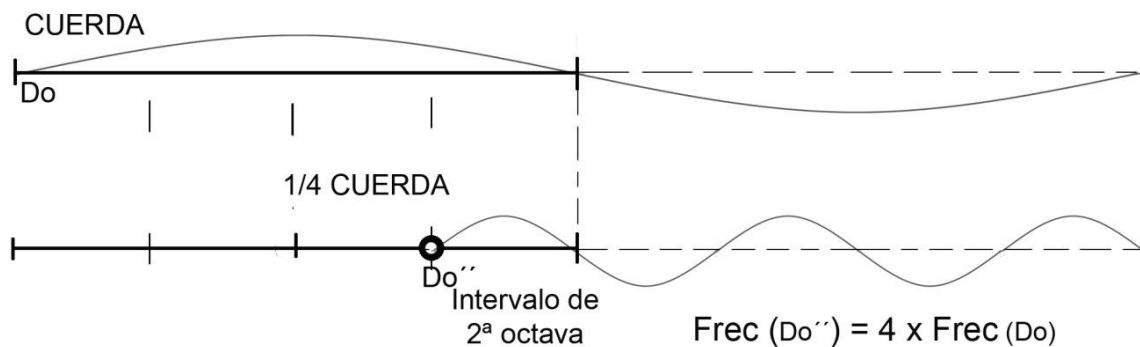
| | | | | | | | | | | | |
|--------------|-----|----|----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|-----------------|--------------|
| Fa | Sol | La | Si | Do [˘] | Re [˘] | Mi [˘] | Fa [˘] | Sol [˘] | La [˘] | Si [˘] | Do'' |
| 261,60 Hz | | | | 392,40 Hz | | | | | | | 784,80 Hz |

Si tenemos una cuerda afinada en **Do** digitando en la mitad de la cuerda obtenemos **Do'**, su intervalo de octava como ya vimos anteriormente.

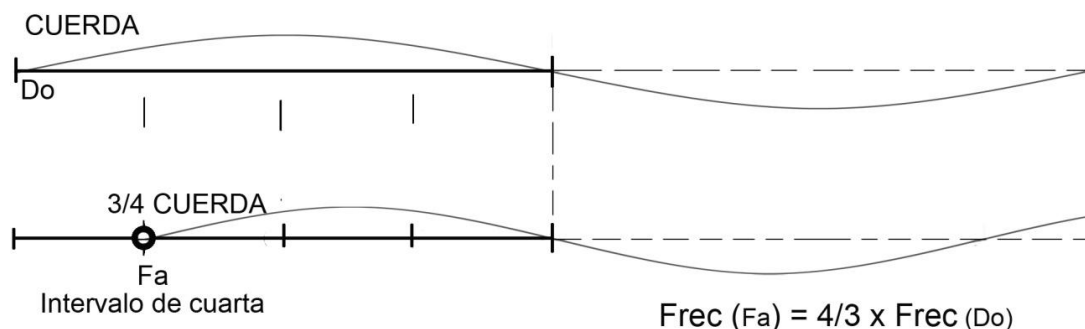


⁴ La quinta y la cuarta son intervalos complementarios. En la segunda parte de este estudio se explica con más detalle su relación.

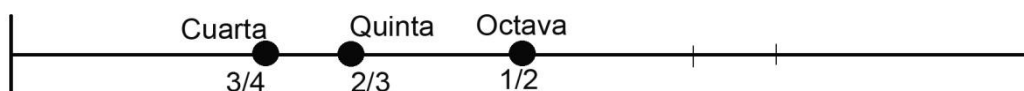
La mitad de $1/2$ es $1/4$, por eso digitando a un cuarto de la cuerda obtenemos la segunda octava, es decir **Do''**.



Para obtener la posición de **Fa** tenemos que dividir entre tres la frecuencia de **Do''** multiplicando por tres en la cuerda su longitud. La posición del **intervalo de cuarta** en la cuerda es en consecuencia **tres cuartos**.

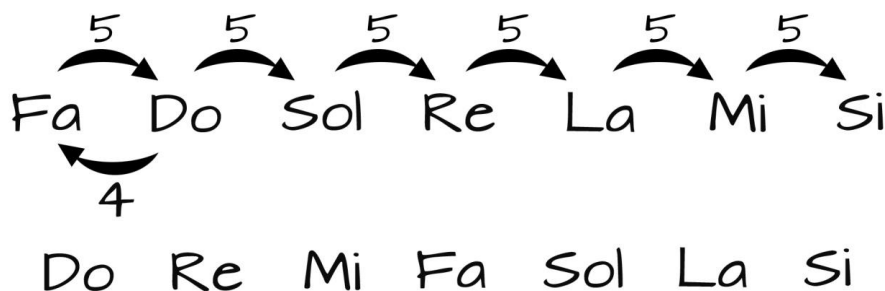


Así pues, los intervalos de octava, cuarta y quinta se ubican en los siguientes puntos de la cuerda:



A partir de estas proporciones, del mismo modo que "Ling Lu" en la leyenda china, los matemáticos pitagóricos obtienen las notas de la escala siguiendo la espiral de quintas naturales. Por lo que se denomina "**afinación pitagórica**" a esta manera de afinar.

Las siete primeras notas de la espiral de quintas naturales dan lugar a la **escala diatónica**.



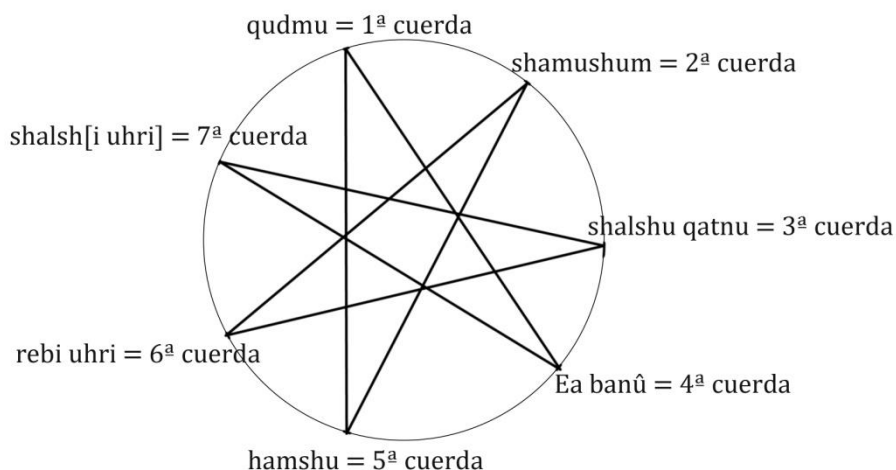
La fuerte influencia que ejercen los textos griegos en la Europa cristiana durante la Edad Media afianzan la idea en occidente de que son los músicos pitagóricos los fundadores de los principios básicos de la armonía musical. Pero las escalas y modos derivados del modelo diatónico aparecen también en la música persa e hindú y en las últimas décadas se han encontrado documentos que prueban que ya se conocían con anterioridad también en Egipto y Mesopotamia.

El descubrimiento del documento UET7,74 en los años sesenta genera en su tiempo gran controversia. Sin embargo hoy en día es considerado como prueba documental del diatonismo en Mesopotamia 1500 años antes de Pitágoras.

Esta tablilla cuneiforme del segundo milenio antes de Cristo encontrada en la ciudad de Ur contiene información muy relevante para comprender el sistema tonal mesopotámico. Detalla el modo en el que un arpa de nueve cuerdas puede ser afinada en siete escalas diatónicas distintas basándose en un círculo de quintas/cuartas. La octava y novena cuerdas quedan afinadas a una octava de distancia con respecto a la primera y segunda cuerda.

La terminología empleada en esta tabla matemática aparece también en textos de Babilonia, Asiria o la ciudad de Ugarit, lo que prueba la existencia de un sistema teórico-musical consolidado en todo Oriente Medio desde principios del segundo milenio a.C.

Este mismo sistema de afinación es descrito en otra tablilla del primer milenio a.C con una estrella de siete puntas que representa el círculo de quintas/cuartas.



Entre las diferentes conclusiones extraídas en el estudio de estos y otros documentos encontrados en Oriente Medio es deducible que el uso y manejo de semitonos y de otros sistemas heptatónicos fueron también empleados en la música mesopotámica. ⁵

⁵ Músicas en la Antigüedad (Fundación la Caixa)

